

**ЭФФЕКТИВНЫЙ МЕТОД ГЕНЕРАЦИИ  
СИНТЕТИЧЕСКОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ  
НА ВХОДНЫХ ГРАНИЦАХ LES ОБЛАСТИ  
В РАМКАХ КОМБИНИРОВАННЫХ RANS-LES ПОДХОДОВ  
К РАСЧЕТУ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ**

© 2011 г. *Д.Ю. Адамьян, М.Х. Стрелец, А.К. Травин*

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет  
dmitry.adamian@gmail.com

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №09-08-00126-а) и Европейской Комиссии (7-я рамочная программа ЕС; проекты АТААС, №233710 и VALIANT, №233680).

Предложен простой и эффективный алгоритм генерации флуктуаций скорости на интерфейсе RANS и LES областей при расчете турбулентных течений в рамках гибридных RANS-LES подходов. Его преимущества по сравнению с известными аналогами продемонстрированы как на примере расчета ряда канонических пристенных и свободных сдвиговых турбулентных течений, так и при расчете сложного течения (обтекание выпуклости на плоской стенке), включающего отрыв потока, индуцированный неблагоприятным градиентом давления, зону возвратного течения и зону релаксации пограничного слоя после его присоединения к обтекаемой поверхности.

Ключевые слова: входные граничные условия; синтетическая турбулентность; моделирование крупных вихрей.

**AN EFFICIENT METHOD OF SYNTHETIC TURBULENCE GENERATION  
AT LES INFLOW IN ZONAL RANS-LES APPROACHES  
TO COMPUTATION OF TURBULENT FLOWS**

*D.Y. Adamian, M.Kh. Strelets, A.K. Travin*

Saint-Petersburg State Polytechnical University

A new simple and efficient algorithm is proposed for generating turbulent content at the RANS-LES interface in the framework of hybrid RANS-LES approaches to computation of turbulent flows. Advantages of this algorithm over existing analogs are demonstrated both for the canonical wall bounded and free shear turbulent flows and for a complex flow past a wall-mounted hump which includes boundary layer separation induced by adverse pressure gradient, reverse flow region, and relaxation of the boundary layer downstream of its reattachment.

Key words: inlet boundary conditions; synthetic turbulence; large eddy simulation.

## **1. Введение**

В последние годы при расчете сложных турбулентных течений все более широкое применение находят различные гибридные RANS-LES методы, в той или иной степени

сочетающие в себе сильные стороны RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes, решение осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса) и LES (Large Eddy Simulation, моделирование крупных вихрей) подходов [1]. Одним из наиболее перспективных методов такого типа является так называемый “встроенный” (в англоязычной литературе - “Embedded”) LES, в рамках которого LES применяется только в некоторой ограниченной области потока, а его остальная часть рассчитывается с помощью RANS. Однако при использовании этого и других зонных подходов, в которых LES область расположена вниз по потоку от RANS области, возникает проблема задания реалистичных нестационарных граничных условий на входных границах LES. В противном случае, например, при задании на таких границах стационарных условий из известного вверх по потоку RANS решения, для формирования реалистичных полей турбулентных пульсаций в LES области требуется длинный переходный участок<sup>1</sup>. В настоящее время предложено несколько путей решения этой сложной задачи, например, использование баз данных по мгновенным полям скорости из DNS или LES развитого течения в канале или других канонических течений (см., например, [2]), различные процедуры переноса («рециклинга») полей пульсаций из LES области на ее входную границу ([3, 4]), введение в уравнение движения специальным образом сконструированных источниковых членов (“объемных сил”) ([5]), а также ряд способов создания «синтетической турбулентности» ([6-9]). Все эти подходы имеют свои достоинства и недостатки. Так, применимость методов «рециклинга», способных, в принципе, создать на входной границе LES весьма реалистичные поля флуктуаций скорости, ограничена ситуациями, когда известен закон изменения полей средней скорости и турбулентных пульсаций между входным сечением и сечением «рециклинга». Методы «синтетической турбулентности» являются в этом смысле более универсальными, однако для их эффективной работы при расчете сложных турбулентных течений требуется знание большого объема статистической информации о характеристиках турбулентности (например, масштабов и пространственно-временных корреляционных функций), которая отсутствует в RANS решении.

В данной работе предложен новый метод генерации флуктуаций скорости для постановки граничных условий на входных границах LES при расчете турбулентных течений несжимаемой жидкости, требующий задания только тех характеристик турбулентности, которые доступны в обычных двухпараметрических RANS моделях (например, кинетической энергии турбулентности  $k$  и скорости ее диссипации  $\epsilon$  или удельной скорости диссипации  $\omega$ ). При построении этого метода использованы идеи работы [10], в которой предложен спектральный генератор флуктуаций скорости для расчета аэродинамического шума, а также некоторые элементы методов создания синтетической турбулентности на входных границах LES, предложенных в [6,8]. Основной отличительной особенностью предлагаемого генератора является то, что он позволяет качественно правильно воспроизвести анизотропию вихревых турбулентных структур, являющуюся одной из важнейших физических черт реальных турбулентных течений. Отметим, что анизотропные вихревые структуры могут быть созданы также с помощью метода, предложенного недавно в работе [11], однако этот метод весьма сложен и применим только для течений типа пограничного слоя.

---

<sup>1</sup> Отметим, что аналогичная проблема возникает и при постановке входных граничных условий для классического LES или DNS.

Статья построена следующим образом. В разделе 2 представлена формулировка предлагаемого метода, включающая описание генератора синтетической турбулентности (раздел 2.1) и процедуры его использования при расчете турбулентных течений в рамках комбинированных RANS-LES подходов (раздел 2.2). В разделе 3 обсуждаются результаты тестирования метода, выполненного как на примере расчета канонических сдвиговых течений (разделы 3.1-3.3), так и достаточно сложного течения, характеризуемого наличием отрыва потока, индуцированного неблагоприятным градиентом давления, зоны возвратного течения и зоны релаксации пограничного слоя после его присоединения к обтекаемой поверхности (раздел 3.4). В заключении кратко сформулированы основные результаты работы.

## 2. Формулировка метода

**2.1. Генерация синтетической турбулентности.** В соответствии с общим принципом постановки граничных условий на границе между RANS областью и расположенной вниз по потоку от нее LES областью с использованием синтетической турбулентности, скорость на этой границе  $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$  определяется следующим образом:

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{U}(\mathbf{r}) + \mathbf{u}'(\mathbf{r}, t). \tag{1}$$

Здесь  $\mathbf{U}(\mathbf{r})$  – поле средней скорости на рассматриваемой границе, предполагаемое известным из RANS решения, а  $\mathbf{u}'(\mathbf{r}, t)$  – поле флуктуаций скорости (поле “синтетической турбулентности”).

Как и во многих других методах (см., например, [6,8]), в данной работе генератор  $\mathbf{u}'(\mathbf{r}, t)$  строится таким образом, чтобы соответствующий тензор вторых моментов  $\langle u'_i u'_j \rangle$  был равен тензору напряжений Рейнольдса  $\mathbf{R}$ , который, также как и среднее поле скорости в рассматриваемом сечении, предполагается известным из RANS решения. Выполнение этого требования достигается с помощью разложения тензора  $\mathbf{R}$  по Холецкому

$$\mathbf{R} = \mathbf{A}^T \mathbf{A},$$

где

$$\mathbf{A} = \{a_{ij}\} = \begin{pmatrix} \sqrt{R_{11}} & 0 & 0 \\ R_{21}/a_{11} & \sqrt{R_{22} - a_{21}^2} & 0 \\ R_{31}/a_{11} & (R_{32} - a_{21}a_{31})/a_{22} & \sqrt{R_{33} - a_{31}^2 - a_{32}^2} \end{pmatrix}.$$

В результате искомое поле синтетической турбулентности  $\mathbf{u}'(\mathbf{r}, t)$  может быть представлено в виде  $u'_i(\mathbf{r}, t) = a_{ij}(\mathbf{r})v'_j(\mathbf{r}, t)$ , где  $\mathbf{v}'(\mathbf{r}, t)$  – вспомогательное поле пульсаций, удовлетворяющее условиям  $\langle v'_i \rangle = 0$ , и  $\langle v'_i v'_j \rangle = \delta_{ij}$ , и задача генерации поля  $\mathbf{u}'(\mathbf{r}, t)$  сводится к генерации поля  $\mathbf{v}'(\mathbf{r}, t)$ .

В настоящей работе  $\mathbf{v}'(\mathbf{r}, t)$  ищется в виде следующей суперпозиции амплитудно-модулированных мод Фурье:

$$\mathbf{v}'(\mathbf{r}, t) = 2\sqrt{3/2} \sum_{n=1}^N \sqrt{q^n} \left[ \boldsymbol{\sigma}^n \cos \left( k^n \mathbf{d}^n \cdot \mathbf{r} + \phi^n + s^n \frac{t}{\tau} \right) \right]. \tag{2}$$

Здесь:

$N$  – число мод, которое заранее неизвестно и определяется в процессе расчета;

$q^n$  – нормированная амплитуда моды, определяемая локальным энергетическим спектром турбулентности;

$k^n$  – модуль вектора волнового числа  $n$ -й моды  $\mathbf{k}^n$ , который имеет случайное направление, определяется ортом  $\mathbf{d}^n$ , равномерно распределенным по сфере;

$\boldsymbol{\sigma}^n$  – орт, определяющий направление  $n$ -й моды скорости и лежащий в плоскости, нормальной к вектору  $\mathbf{d}^n$  ( $\boldsymbol{\sigma}^n \cdot \mathbf{d}^n = 0$ ); направление  $\boldsymbol{\sigma}^n$  в данной плоскости задается углом, являющимся случайным числом, равномерно распределенным в интервале  $[0, 2\pi)$ ;

$\varphi^n$  – фаза  $n$ -й моды, являющаяся случайным числом, также равномерно распределенным в интервале  $[0, 2\pi)$ ;

$s^n$  – безразмерная круговая частота  $n$ -й моды, являющаяся случайной величиной с нормальным распределением и имеющая среднее значение и стандартное отклонение, равные  $2\pi$ ;

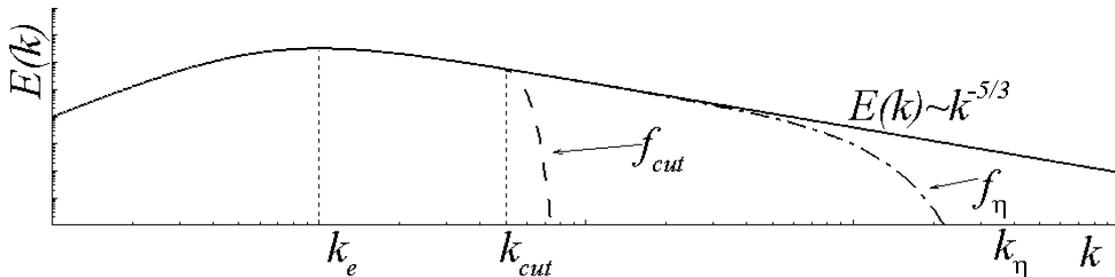
$\tau$  – глобальный временной масштаб рассматриваемой задачи.

Входящие в (2) нормированные амплитуды мод

$$q^n = \frac{E(k^n)\Delta k^n}{\sum_{n=1}^N E(k^n)\Delta k^n}, \quad \sum_{n=1}^N q^n = 1 \quad (3)$$

вычисляются с использованием модифицированного безразмерного энергетического спектра фон Кармана (см. рис. 1)

$$E(k) = \frac{(k/k_e)^4}{[1 + 2.4(k/k_e)^2]^{17/6}} f_\eta f_{cut} \cdot \quad (4)$$



**Рис.1.** Энергетический спектр фон Кармана [12] (сплошная линия), модифицированный спектр (4) при  $k_{cut} < k_\eta$  (штриховая линия) и спектр (4) при  $f_{cut} = 1$  (штрих-пунктирная линия).

Введенные в (4) эмпирические функции  $f_\eta$  и  $f_{cut}$  предназначены соответственно для учета изменения формы спектра при приближении к колмогоровскому волновому числу  $k_\eta$  и для обеспечения его быстрого падения в окрестности максимального разрешаемого на используемой сетке волнового числа  $k_{cut}$ . Выражения для этих функций имеют вид

$$f_{\eta} = \exp[-(12k / k_{\eta})^2], \quad f_{\text{cut}} = \exp\left(-\left[\frac{4 \max(k - 0.9k_{\text{cut}}, 0)}{k_{\text{cut}}}\right]^3\right), \quad (5)$$

где  $k_{\eta} = 2\pi / l_{\eta} = 2\pi / (v^3 / \varepsilon)^{1/4}$  ( $l_{\eta}$  – длина волны, отвечающая волновому числу  $k_{\eta}$ ,  $v$  – молекулярная вязкость,  $\varepsilon$  – скорость диссипации кинетической энергии турбулентности, определяемая из RANS решения), а  $k_{\text{cut}} = 2\pi / l_{\text{cut}}$ , причем величина  $l_{\text{cut}}$  (минимальная разрешаемая на сетке длина волны) определяется эмпирическим выражением

$$l_{\text{cut}} = 2 \min\{\max(h_y, h_z, 0.3h_{\text{max}}) + 0.1d_w, h_{\text{max}}\},$$

в котором  $h_y$  и  $h_z$  – локальные шаги сетки во входном сечении LES,  $h_{\text{max}} = \max(h_x, h_y, h_z)$ , а  $d_w$  – расстояние от рассматриваемой точки до стенки (в частном случае равномерной сетки величина  $l_{\text{cut}}$  равна ее удвоенному шагу).

Наконец, входящее в (4) волновое число  $k_e$ , при котором достигается максимум энергетического спектра (4), соответствует длине волны наиболее энергонесущих мод синтезированного поля флуктуаций скорости или, иными словами, размеру наиболее энергонесущих вихрей синтетической турбулентности  $l_e$ , то есть  $k_e = 2\pi / l_e$ .

Следует подчеркнуть, что правильное определение величины  $l_e$  является крайне важным для обеспечения быстрой эволюции синтетического поля пульсаций скорости к физически реалистичному полю. В настоящей работе она задается следующим выражением:

$$l_e = \min(2d_w, C_l l_t), \quad (6)$$

где  $C_l = 3$  – эмпирическая константа, а  $l_t$  – линейный масштаб модели турбулентности, используемой в RANS области течения (например, в случае использования  $k$ - $\omega$  модели  $l_t = k_t^{1/2} / (C_{\mu} \omega_t)$ ).

Как видно из (6), в пристеночной области течения величина  $l_e$  определяется расстоянием до стенки, а при удалении от нее – линейным масштабом RANS модели (примеры распределений  $l_e(y)$  в канонических сдвиговых течениях, рассчитанных с использованием  $k$ - $\omega$  SST модели [13], показаны на рис.2).

Набор векторов волновых чисел, используемых в генераторе турбулентности (2), является общим для всего входного сечения LES, причем их модули задаются по закону геометрической прогрессии

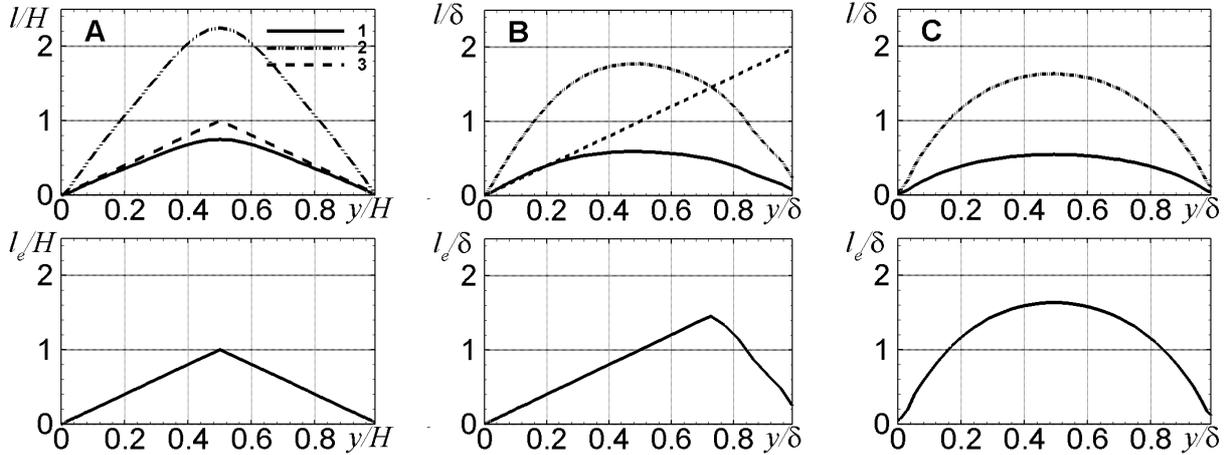
$$k^n = k^{\min} \cdot (1 + \alpha)^{n-1}, \quad n = 1 \div N, \quad \alpha = 0.01 \div 0.05. \quad (7)$$

При этом минимальное волновое число  $k^{\min}$  определяется через волновое число  $k_e^{\min}$ , соответствующее максимальному по всему рассматриваемому сечению значению величины  $l_e$ , с помощью эмпирического соотношения

$$k^{\min} = \beta k_e^{\min}, \quad \beta < 1, \quad k_e^{\min} = 2\pi / l_e^{\max}, \quad l_e^{\max} = \max_{\mathbf{r}}\{l_e(\mathbf{r})\}, \quad (8)$$

:

( $\beta=0.5$  – эмпирическая константа), а число мод  $N$  определяется как максимальное целое число, для которого  $k^N$ , рассчитанное по (7), не превышает величины  $k_{\max}=1.5 \max_{\mathbf{r}} \{k_{\text{cut}}(\mathbf{r})\}$ .



**Рис.2.** Распределения входящих в правую часть формулы (6) величин  $l_i$  (1),  $C_l l_i$  (2) и  $2d_w$  (3) (верхний ряд) и линейного масштаба  $l_e$ , вычисленного по (6) (нижний ряд), в установившемся течении в плоском канале (А), в пограничном слое на плоской пластине (В) и в плоском слое смешения (С)<sup>2</sup>.

Для окончательной формулировки алгоритма генерации турбулентности необходимо определить входящий в (2) временной масштаб  $\tau$ . Этот масштаб рассчитывается по величине  $l_e^{\max}$  и характерному значению скорости во входном сечении  $U$  (например, по максимальной или среднерасходной скорости):

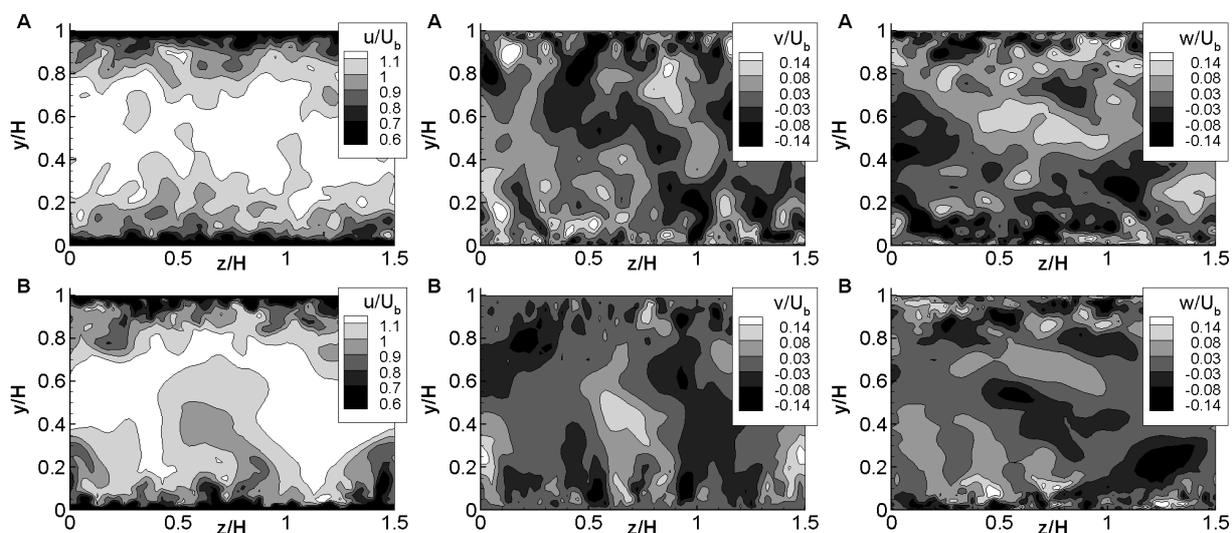
$$\tau = C_\tau l_e^{\max} / U, \quad (9)$$

где  $C_\tau=2$  – эмпирическая константа.

В сочетании с локальным определением масштаба энергонесущих вихрей  $l_e$  (6) такой (единый для всего рассматриваемого сечения потока) выбор масштаба времени позволяет генерировать близкие к реальным по форме (вытянутые вдоль по потоку в пристеночной части и практически изотропные во внешней области пограничного слоя) турбулентные структуры.

В качестве примера синтетической турбулентности, создаваемой разработанным генератором, на рис.3 представлено мгновенное поле скорости, построенное с его помощью по профилям скорости и характеристик турбулентности, полученным из RANS расчета установившегося течения в плоском канале с использованием  $k-\omega$  SST модели. Как видно из сравнения этого поля с соответствующим «эталонным» полем, полученным из LES данного течения (детали этого расчета представлены в следующем разделе), как форма, так и характерные размеры синтетических турбулентных структур, построенных с помощью предлагаемого метода, весьма близки к соответствующим «реальным» (разрешенным с помощью LES) характеристикам турбулентности.

<sup>2</sup> При расчете слоя смешения величина  $d_w$  в (6) полагается равной бесконечности.



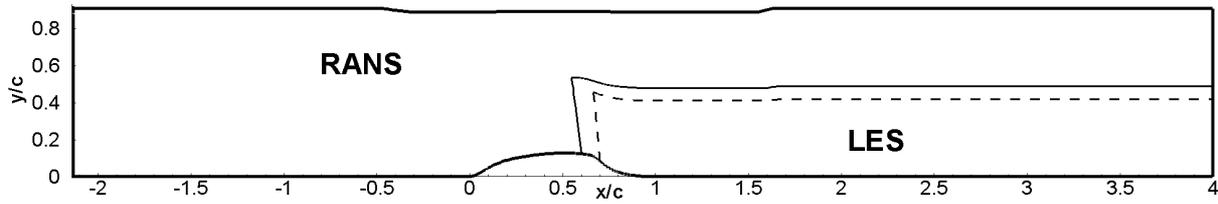
**Рис.3.** Синтетическое (верхний ряд) и «эталонное» (нижний ряд) поля компонент скорости в поперечном сечении плоского канала при  $Re_\tau=400$ .

**2.2. Задание граничных условий на входной границе LES.** Приведем два возможных способа применения описанного генератора синтетической турбулентности при проведении конкретных расчетов.

При использовании первого способа вначале производится RANS расчет всего рассматриваемого течения или его части, заведомо включающей входную границу предполагаемой LES подобласти, и лишь после этого производится LES расчет, в котором поле скорости на этой границе задается как сумма вектора скорости из RANS решения и синтетических флуктуаций скорости, определенных с помощью описанного выше метода. При этом поле давления определяется путем линейной экстраполяции из внутренних точек LES области. Кроме того, в случае использования в LES области дифференциальных подсеточных моделей на входной границе этой области необходимо задать граничные условия для входящих в них величин. Например, при использовании подсеточной версии  $k-\omega$  SST модели [14], применявшейся при проведении рассмотренных ниже расчетов, на входной границе LES задается известное из RANS решения поле  $\omega$ , а поле  $k$  рассчитывается по этому полю и подсеточной вязкости, которая, в свою очередь, определяется с помощью алгебраической подсеточной модели (см. далее).

Второй способ реализуется в один этап и в этом смысле является более удобным, но его применение возможно лишь в том случае, когда вычислительный код, с помощью которого решаются уравнения, допускает использование перекрывающихся многоблочных сеток. В этом случае расчетная область разбивается на перекрывающиеся сеточные блоки, соответствующие RANS и LES подобластям (см. схему на рис.4)<sup>3</sup>, и в дополнение к описанным выше условиям на входной границе LES подобласти требуется задать условия на выходной границе RANS-подобласти. В данной работе в качестве таких условий задаются параметры потока из известного на предыдущем временном шаге LES-решения в точках этой границы.

<sup>3</sup> При этом рекомендуемая глубина перекрытия подобластей составляет 10-20 сеточных линий.



**Рис.4.** Расположение RANS и LES подобластей при проведении расчетов с использованием перекрывающихся сеточных блоков: сплошная линия – граница “LES блока”, штриховая – граница “RANS блока”.

### 3. Результаты тестирования метода

Для оценки работоспособности и точности предложенного метода генерации синтетической турбулентности с его помощью были проведены расчеты как относительно простых (“канонических”) турбулентных течений, так и достаточно сложного течения, характеризуемого наличием отрыва и присоединения потока (обтекание выпуклости на плоской поверхности). Полученные при этом результаты сравниваются с аналогичными результатами, полученными другими методами, и с имеющимися экспериментальными данными.

При проведении LES канонических течений использовалась алгебраическая подсеточная модель Смагоринского с демпфирующим множителем [15]

$$v_{sgs} = (C_{smag}\Delta)^2 \left[ 1 - \exp\left(-\left(y^+ / 25\right)^3\right) \right] S. \quad (10)$$

Здесь  $C_{smag}=0.2$  – эмпирическая константа Смагоринского,  $v_{sgs}$  – коэффициент подсеточной кинематической вязкости,  $S=(2S_{ij}S_{ij})^{1/2}$ ,  $S_{ij}$  – компоненты тензора скоростей деформаций,  $y^+$  – универсальная координата закона стенки ( $y^+=y\sqrt{\tau_w/\rho\nu}$ ), а  $\Delta$  – подсеточный линейный масштаб, определяемый соотношением [16]  $\Delta=\min(\max(C_w d_w, C_w h_{max}, h_{wn}), h_{max})$ , где  $h_{max}=\max(h_x, h_y, h_z)$  – максимальный из шагов сетки,  $h_{wn}$  – шаг сетки в направлении нормали к стенке, а  $C_w=0.15$  – эмпирическая константа.

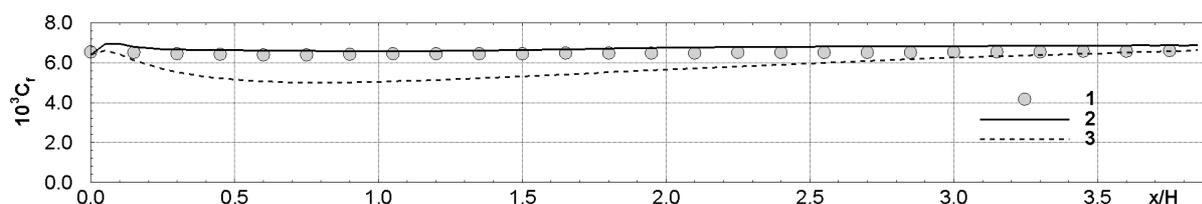
При проведении расчета обтекания выпуклости на плоской поверхности в LES подобласти использовался гибридный подход IDDES [16], который в данном случае функционирует как LES с пристенным RANS моделированием, причем в качестве базовой RANS модели в обеих подобластях использовалась  $k-\omega$  SST модель.

Все расчеты, результаты которых представлены в данном разделе, выполнены с помощью конечно-объемного кода NTS [17]. Этот код обеспечивает возможность применения многоблочных перекрывающихся структурированных сеток, что позволяет использовать оба описанных выше способа реализации предложенного метода генерации синтетической турбулентности. Для расчета течений несжимаемой жидкости в нем применяется метод Роджерса и Квака [18]. При этом в области LES для аппроксимации невязких потоков используется центрально-разностная схема 4-го порядка точности, а в области RANS – противопоточная схема 3-го порядка. Аппроксимация вязких потоков во всех случаях осуществляется с помощью симметричной схемы 2-го порядка. Интегрирование по времени производится с применением неявной трехслойной схемы 2-го порядка точности с внутренними итерациями по псевдовремени.

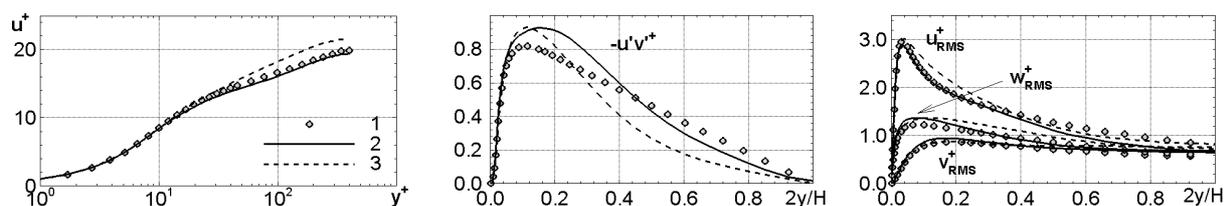
**3.1. Развитое турбулентное течение в плоском канале.** LES данного течения при числе Рейнольдса, построенном по скорости трения  $Re_\tau = \sqrt{\tau_w} / \rho H / \nu = 400$ , был выполнен с использованием трех способов формирования нестационарного поля скорости на входной границе расчетной области, а именно, с применением условий периодичности по продольной координате (“эталонный” подход), метода генерации синтетической турбулентности, предложенного в настоящей работе, и метода синтетических вихрей (SEM) [6]. В последних двух случаях для определения параметров, необходимых для расчета синтетической турбулентности, использовались профили скорости и напряжений Рейнольдса, полученные из предварительного расчета рассматриваемого течения в рамках RANS с использованием  $k-\omega$  SST модели [13].

Расчетная область имела размеры  $4 \times H \times H \times 1.5H$  в продольном направлении  $x$ , по нормали к стенкам  $y$  и  $z$  соответственно ( $H$  – ширина канала). Во всех случаях на стенках канала использовалось условие прилипания  $\mathbf{V}=0$ , а на границах области по координате  $z$  – условия периодичности. Кроме того, в случае использования при постановке условий на входе методов синтетической турбулентности, на выходной границе задавалось постоянное давление, а скорость определялась путем линейной экстраполяции из внутренних точек области.

В расчетах использовалась равномерная декартова сетка по координатам  $x$  и  $z$  и неравномерная (со сгущением у стенки) сетка по координате  $y$ . Размерность сетки составляла  $81 \times 84 \times 61$  по  $x, y, z$  соответственно, что при рассматриваемом числе  $Re_\tau$  обеспечивает приемлемые для LES значения шагов в единицах закона стенки:  $\Delta x^+ = 40$ ,  $\Delta y^+ = 0.9 \div 23$ ,  $\Delta z^+ = 20$ . Шаг по времени был равен  $\Delta t = 0.01H/U_b$  ( $U_b$  – среднерасходная скорость), что соответствует значению числа Куранта  $CFL = \Delta t U_b / \Delta x = 0.2$ . Для определения параметров осредненного течения нестационарное решение осреднялось по времени в течение интервала  $T_{avg} = 150H/U_b$  и по координате  $z$  (осреднение по времени начиналось после окончания переходного периода, составлявшего  $T_{trans} = 50H/U_b$ ).



**Рис.5.** Распределение коэффициента трения по длине канала: 1 – эталонный LES, 2 – LES с использованием для задания входных граничных условий предложенного метода генерации синтетической турбулентности, 3 – LES с использованием метода SEM[6].



**Рис.6.** Профили средней скорости и разрешенных напряжений Рейнольдса в сечении  $x/H=2$  для течения в плоском канале: 1, 2, 3 – то же, что и на рис.5.

Результаты расчетов приведены на рис.5, 6. Из них видно, что при использовании предложенного метода постановки граничных условий во входном сечении LES коэффициент трения практически не отклоняется от эталонного (полученного с использованием периодических граничных условий по продольной координате) значения, тогда как при использовании метода SEM [6], являющегося одним из лучших известных методов генерации синтетической турбулентности, наблюдается заметное снижение коэффициента трения вблизи входной границы, а его восстановление происходит лишь на расстоянии  $(3\div 4)H$  от входа (см. рис.5). Существенное преимущество предложенного метода по сравнению с методом SEM видно также на рис.6, где рассчитанные с помощью обоих методов профили средней скорости и разрешенных напряжений Рейнольдса сравниваются с соответствующими эталонными профилями.

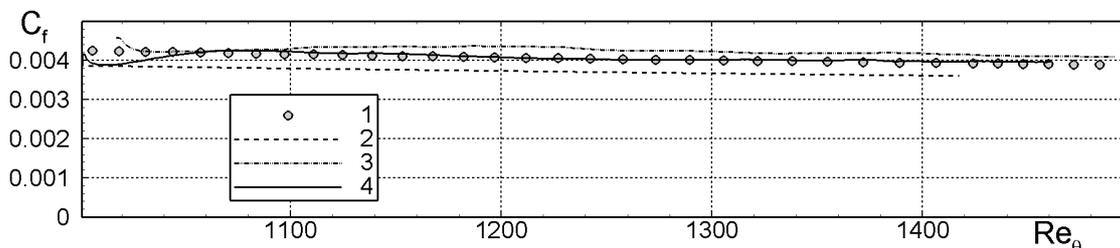
**3.2. Течение в турбулентном пограничном слое на плоской пластине.** LES данного течения был проведен для участка пластины, соответствующего изменению построенного по толщине потери импульса числа Рейнольдса в диапазоне  $Re_0=1000\div 1500$ . При этом использовались два способа задания нестационарных профилей скорости на входной границе: метод «рециклинга» [4] и метод, предложенный в настоящей работе. В последнем случае для задания характеристик турбулентности на входной границе были использованы профили скорости и напряжений Рейнольдса, полученные из RANS решения рассматриваемой задачи с использованием  $k-\omega$  SST модели при  $Re_0=1000$ .

Расчетная область имела размер  $20\delta_0 \times 4\delta_0 \times 3\delta_0$  в направлениях  $x$ ,  $y$  и  $z$  соответственно ( $\delta_0$  – начальная толщина пограничного слоя). На стенке задавалось условие прилипания  $V=0$  для скорости и условие  $\partial p/\partial y=0$  для давления. На выходной и верхней границах расчетной области задавалось постоянное давление и использовались мягкие граничные условия (линейная экстраполяция из внутренних точек области) для скорости. Наконец, на границах области в направлении  $z$  использовались условия периодичности.

В расчетах использовалась равномерная по координатам  $x$  и  $z$  и неравномерная (со сгущением у стенки) сетка по координате  $y$ . Размерность сетки составляла  $250 \times 70 \times 61$ , что при рассматриваемых  $Re_0$  соответствует следующим величинам шагов в единицах закона стенки:  $\Delta x^+ \approx 40$ ,  $\Delta y^+ = 0.9 \div 23$ ,  $\Delta z^+ \approx 20$ . Шаг по времени выбирался равным  $\Delta t = 0.02\delta_0/U_e$  ( $U_e$  – скорость на внешней границе пограничного слоя), что обеспечивает выполнение условия  $CFL = \Delta t U_e / \Delta x < 0.25$ . Для определения параметров осредненного течения нестационарное решение осреднялось по времени на интервале  $T_{avg} = 1000\delta_0/U_e$  и по координате  $z$  (осреднение по времени начиналось после окончания переходного периода, составлявшего  $T_{trans} = 50\delta_0/U_e$ ).

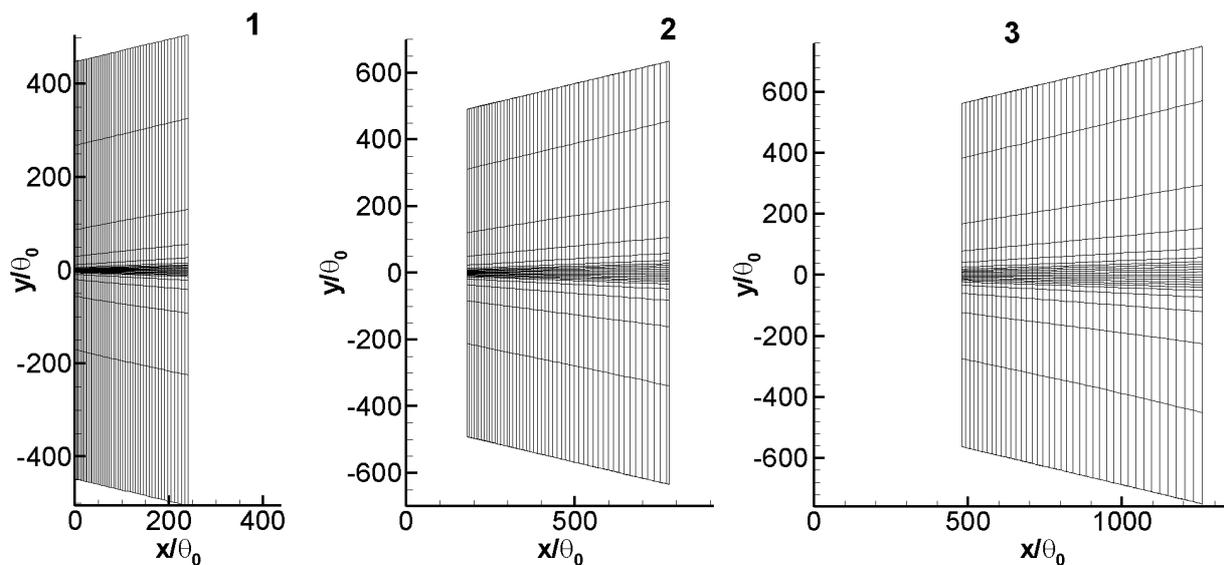
На рис.7 зависимости коэффициента трения от числа Рейнольдса  $Re_0$ , полученные в двух описанных расчетах, сравниваются с экспериментальной корреляцией [19] и с аналогичным распределением из RANS расчета с использованием  $k-\omega$  SST модели [13]. Видно, что при применении предлагаемого метода незначительное отклонение коэффициента трения от экспериментальной кривой наблюдается лишь вблизи входа в расчетную область, в то время как при использовании «рециклинга» это отклонение оказывается заметно большим и сохраняется практически до конца расчетной области. Следует также отметить, что начальное отклонение трения от эксперимента, по крайней мере, отчасти связано с использованием при задании граничных условий на входе в LES область

профилей средней скорости, определенных из RANS расчета с использованием  $k-\omega$  SST модели: как видно из рисунка, результаты расчета по этой модели заметно отличаются от экспериментальных данных.



**Рис.7.** Зависимость коэффициента трения от числа Рейнольдса  $Re_\theta$  для течения в пограничном слое на плоской пластине: 1 – обобщение экспериментальных данных [19], 2 – результаты RANS с использованием  $k-\omega$  SST модели, 3 – результаты LES с «рециклингом» турбулентности, 4 – результаты LES с использованием для задания входных граничных условий предложенного метода генерации синтетической турбулентности.

**3.3. Течение в плоском свободном сдвиговом слое.** Расчеты плоского слоя смешения проводились при значении числа Рейнольдса, построенного по максимальной скорости и начальной толщине потери импульса  $Re = U_{\max}\theta_0/\nu = 1640$ , и соотношении скоростей смешивающихся потоков, равном  $5/3$ . Они были выполнены как в рамках RANS, так и с использованием LES (в последнем случае использовались три различные расчетные области, показанные на рис.8 вместе с соответствующими конечно-разностными сетками). RANS расчет проводился с использованием  $k-\omega$  SST модели Ментера [13], а в LES использовалась алгебраическая модель подсеточной вязкости (10), которая в данном случае (в отсутствие твердых стенок) совпадает со стандартной моделью Смагоринского.



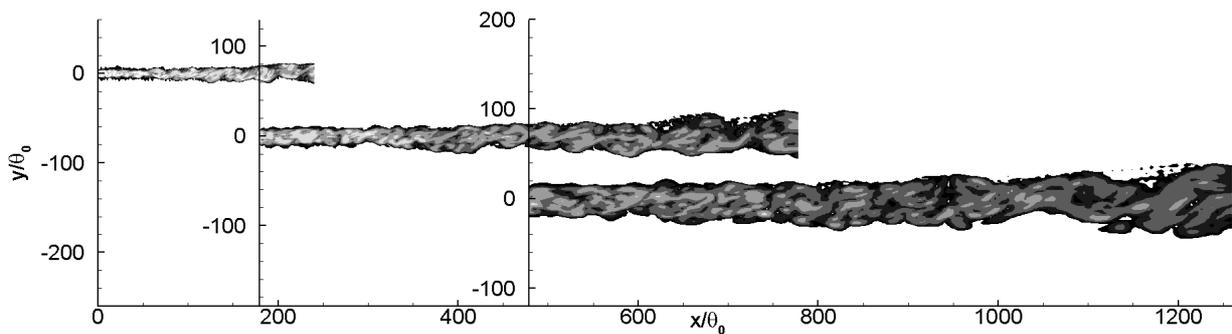
**Рис.8.** Расчетные области и сетки для трех вариантов RANS-LES расчета плоского слоя смешения (показана каждая пятая сеточная линия).

Расчетные сетки для LES в трех областях (варианты 1, 2 и 3 на рис.8) имели размерности  $240 \times 109 \times 84$ ,  $253 \times 109 \times 82$  и  $196 \times 109 \times 67$  соответственно. При этом соотноше-

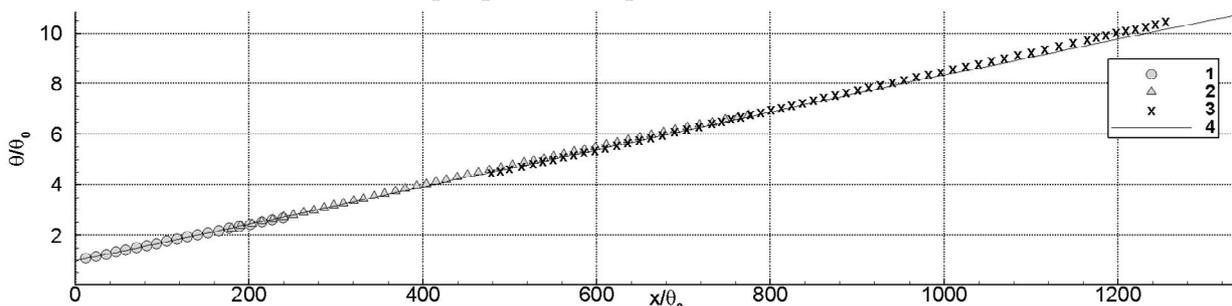
ние шагов сетки и локального значения толщины слоя смешения  $\delta$  было следующим:  $\Delta x/\delta=10$ ,  $\Delta y_{\min}/\delta=20$ ,  $\Delta z/\delta=20\div 60$  (сетки в направлении  $z$  имели постоянные шаги  $\Delta z$ , ширина области в этом направлении постоянна в каждом расчете). Шаг по времени был равен  $\Delta t \approx 0.4\theta_0/U_{\max}$  для варианта 1 и  $\Delta t \approx 0.8\theta_0/U_{\max}$  для вариантов 2 и 3, что соответствует максимальному значению числа Куранта  $\Delta t U_{\max}/\Delta x$ , равному 0.25, 0.2 и 0.15 для вариантов 1, 2 и 3 соответственно. Для получения параметров осредненного течения нестационарное решение осреднялось по времени на интервале  $T_{avg}=3000\theta_0/U_{\max}$  и по координате  $z$  (осреднение по времени начиналось после окончания переходного процесса длительностью  $T_{trans}=1500\theta_0/U_{\max}$ ).

На входной границе LES задавалось нестационарное поле скорости, полученное при помощи описанного метода генерации синтетической турбулентности с использованием профиля скорости и характеристик турбулентности из RANS решения. На выходной границе задавалось условие постоянства давления и использовались мягкие граничные условия для скорости. На верхней и нижней границах задавались постоянные значения скорости, соответствующие скоростям невозмущенного потока. В направлении  $z$  использовались условия периодичности.

Некоторые результаты описанных расчетов представлены на рис.9, 10. В частности, на рис.9 показаны мгновенные поля завихренности, полученные в трех LES расчетах. Сравнение этих полей на участках, где одновременно доступны два LES решения, показывает, что они практически идентичны. Это свидетельствует о том, что предлагаемый метод генерации турбулентности на входной границе LES обеспечивает практически непрерывную (без видимых переходных участков) эволюцию турбулентности вниз по потоку.



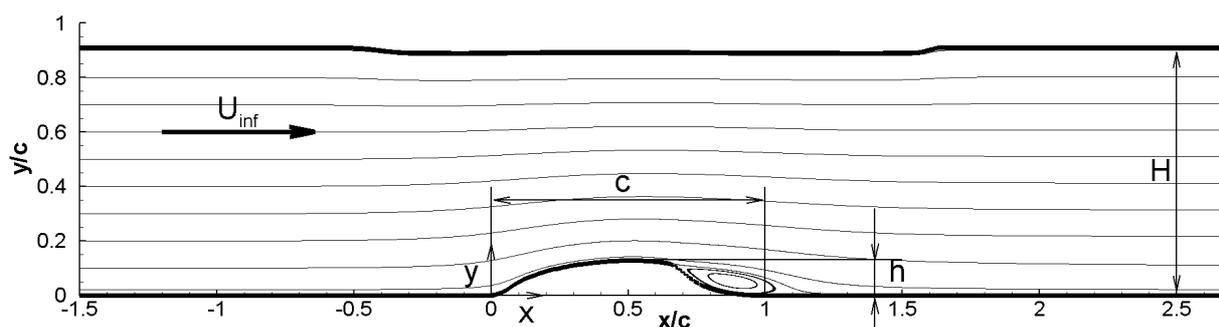
**Рис.9.** Мгновенные поля модуля завихренности из LES расчетов свободного сдвигового слоя в трех различных расчетных областях.



**Рис.10.** Изменение толщины потери импульса вдоль слоя смешения. 1–3 – LES расчеты, 4 – RANS расчет по модели SST Ментера [13].

Справедливость данного вывода в отношении параметров осредненного течения следует из рис.10, на котором зависимости толщины потери импульса слоя смешения, полученные в трех LES расчетах, сравниваются между собой и с RANS решением в полной расчетной области. Из рисунка видно, что на границах LES областей отсутствуют какие-либо негладкости и все три LES решения практически совпадают с RANS решением.

**3.4. Обтекание выпуклости на плоской поверхности.** Для оценки эффективности предлагаемого метода генерации синтетической турбулентности при расчете сложных течений было выбрано течение в плоском канале с выпуклостью на нижней стенке (см. схему на рис.11), исследовавшееся в экспериментах [20]. Результаты этих экспериментов внесены в базу данных NASA [21] и используются в большом числе расчетных работ для тестирования различных подходов к моделированию турбулентности [22]. Отметим, что для имитации блокады потока, обусловленной наличием боковых стенок в эксперименте, при проведении расчетов верхняя стенка канала была слегка деформирована в соответствии с рекомендациями [22].



**Рис.11.** Схема обтекания выпуклости на плоской поверхности. Число Рейнольдса, построенное по хорде выпуклости  $c$ ,  $Re=936000$ ,  $H/c=0.909$ ,  $h/c=0.128$ .

Входная граница расчетной области располагалась в сечении  $x/c=-2.14$  (в этом сечении в экспериментах был измерен профиль скорости), а выходная – в сечении  $x/c=4.0$ . Размер области в поперечном направлении был выбран равным  $L_z/c=0.4$  (на границах области по координате  $z$  использовались условия периодичности).

Расчет описанного течения был выполнен с помощью RANS и гибридного подхода к моделированию турбулентности IDDES [16], представляющего собой усовершенствованную версию DDES [23], а также в рамках комбинированного RANS-LES подхода с использованием предлагаемого способа генерации синтетической турбулентности на RANS-LES интерфейсе. В последнем случае использовался одноэтапный подход, описанный в конце раздела 2.2, причем вместо классического LES использовался IDDES (см. схему на рис.4). При этом было рассмотрено два положения границы между подобластями ( $x/c=0.4$  и  $x/c=0.6$ ). В качестве базовой RANS модели во всех вариантах расчета использовалась  $k-\omega$  SST модель [13].

Остальные граничные условия при проведении описанных расчетов задавались следующим образом.

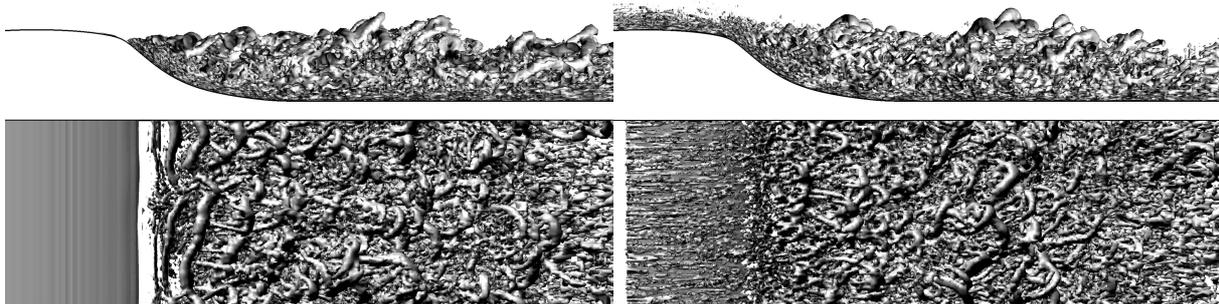
На нижней стенке использовалось условие прилипания для скорости и условие  $\partial p/\partial n=0$  для давления, а на верхней – условия свободного скольжения. На входной гра-

нице области задавался профиль средней скорости, который определялся из предварительного RANS расчета течения в пограничном слое на плоской пластине при числе Рейнольдса, построенном по толщине потери импульса, равном экспериментальному значению 7200. На выходной границе области задавалось постоянное давление и мягкие граничные условия по скорости.

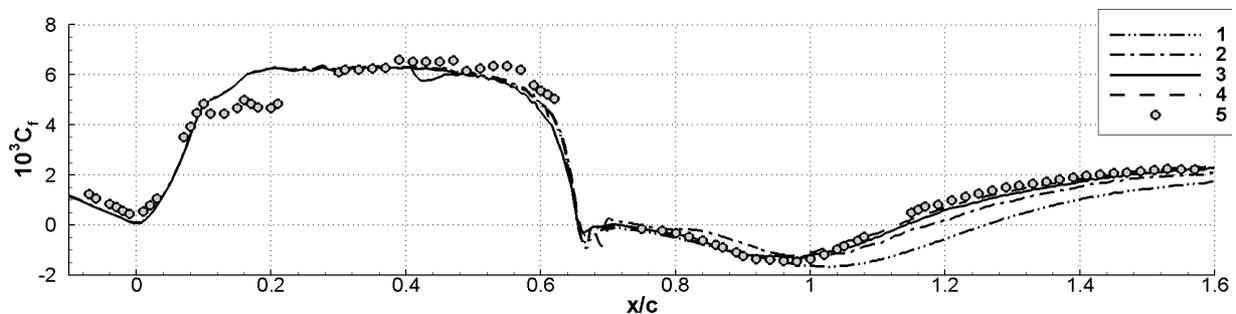
Расчетная сетка имела размерность  $379 \times 111 \times 101$  в направлениях  $x$ ,  $y$  и  $z$  соответственно. При этом в отрывной зоне, формирующейся на нижней стенке вниз по потоку от выпуклости, величина шага сетки в направлениях  $x$  и  $z$  составляет  $x/c=5 \cdot 10^{-3}$  и  $\Delta z/c=4 \cdot 10^{-3}$ . Шаг сетки в направлении  $y$  в первой пристенной ячейке был равен  $\Delta y/c=1.5 \cdot 10^{-5}$  ( $\Delta y^+ \leq 0.7$ ), а в начальной области оторвавшегося от выпуклости слоя смешения изменялся в диапазоне  $\Delta y/c \approx 3 \div 5 \cdot 10^{-3}$ . Безразмерный шаг интегрирования по времени  $\Delta t/(c/U_{inf})$  был равен  $10^{-3}$ , что обеспечивает выполнение условия  $CFL = \Delta t U_{inf} / \Delta x \leq 0.2$ .

При проведении расчетов в рамках IDDES и RANS-IDDES подходов для определения характеристик осредненного течения производилось осреднение полученных нестационарных полей по времени на интервале  $T_{avg} = U_{inf}/c = 30$  (осреднение начиналось после окончания переходного периода, составлявшего  $T_{trans} = U_{inf}/c = 20$ ) и по координате  $z$ .

Некоторые результаты описанных расчетов представлены на рис.12, 13.



**Рис.12.** Мгновенное поле абсолютной величины завихренности из IDDES в полной области (слева) и из RANS-IDDES (справа). Верхний ряд – вид сбоку (по оси  $z$ ), нижний ряд – вид сверху (по оси  $y$ ).



**Рис.13.** Распределение коэффициента трения на нижней стенке: 1 –  $k-\omega$  SST RANS во всей области, 2 – IDDES во всей области, 3, 4 – RANS-IDDES (3 – входная граница IDDES при  $x/c=0.4$ , 4 – при  $x/c=0.6$ ), 5 – экспериментальные данные [20].

Рис.12 дает представление о качестве разрешения вихревых структур, достигаемом при использовании метода IDDES во всей расчетной области и при применении комби-

нированного RANS-IDDES подхода в сочетании с предлагаемым способом генерации турбулентности на RANS-IDDES интерфейсе. Из него видно, что комбинированный подход обеспечивает быстрое (в непосредственной близости от входной границы IDDES) формирование турбулентных вихревых структур, которые в качественном отношении представляются более реалистичными, чем аналогичные структуры, предсказываемые IDDES во всей расчетной области. В частности, в последнем случае наблюдается типичная для методов типа DES задержка “хаотизации” оторвавшегося слоя смешения, обусловленная отсутствием на его входе разрешенных турбулентных структур. Следует подчеркнуть, что указанные преимущества предлагаемого метода наблюдаются при условиях, когда применение метода «рециклинга» турбулентности [3,4] практически исключено (граница между RANS и IDDES расположена в области сильного продольного градиента давления).

Отмеченные преимущества комбинированного RANS-IDDES подхода при описании турбулентности проявляются, естественно, и при расчете средних характеристик потока. Так, из сравнения распределений коэффициента трения вдоль нижней стенки, полученных в четырех проведенных расчетах (см. рис.13), следует, что, в отличие от RANS и IDDES во всей расчетной области, этот подход обеспечивает очень хорошее согласование с экспериментом как в зоне рециркуляции, так и в области релаксации присоединившегося пограничного слоя. Об этом свидетельствует также сравнение расчетных и экспериментальных значений координат точек отрыва и присоединения и длины зоны рециркуляции, представленное в табл.1. Некоторым недостатком предлагаемого алгоритма генерации турбулентности и задания граничных условий на RANS-LES границе является небольшое (5-10%) снижение трения в случае расположения границы при  $x/c=0.4$  (см. рис.13). Однако оно является локальным, и далее вниз по потоку трение очень быстро восстанавливается, а в случае расположения границы при  $x/c=0.6$  (то есть, в непосредственной близости от точки отрыва) негладкость кривой трения в области интерфейса вообще отсутствует.

**Таблица 1.** Сравнение положений точек отрыва и присоединения пограничного слоя, а также длины области рециркуляции для всех вариантов расчета.

	Точка отрыва, $x_{sep}/c$	Точка присоединения, $x_{attach}/c$	Длина области рециркуляции, $L/c$
Эксперимент [20]	0.67	1.11	0.44
SST RANS во всей расчетной области	0.65	1.26	0.61
SST IDDES во всей расчетной области	0.66	1.18	0.52
RANS-IDDES, интерфейс при $x/c=0.4$	0.66	1.14	0.48
RANS-IDDES, интерфейс при $x/c=0.6$	0.66	1.13	0.47

#### 4. Заключение

Предложена методика генерации синтетического поля турбулентных флуктуаций скорости для постановки нестационарных граничных условий на входных границах LES в рамках комбинированных RANS-LES методов расчета турбулентных течений несжимаемой жидкости. Эта методика проста в реализации и базируется только на той информации, которая доступна при использовании в RANS области традиционных моделей турбулентности с двумя уравнениями, например,  $k-\varepsilon$  или  $k-\omega$  моделей.

Проведено тестирование предлагаемой методики на примерах расчета канонических турбулентных течений (развитое течение в плоском канале, течение в пограничном слое на плоской пластине и течение в плоском слое смешения), а также сложного течения, включающего отрыв, индуцированный неблагоприятным градиентом давления, с последующим присоединением потока к обтекаемой поверхности. Показано, что, благодаря учету физических особенностей вихревой структуры сдвиговых турбулентных течений, эта методика заметно превосходит как метод SEM [6], считающийся одним из лучших существующих методов генерации синтетической турбулентности, так и классический метод рециклинга турбулентности. Так, при расчете канонических пристенных течений погрешность расчета коэффициента трения, обусловленная использованием синтетических граничных условий на входных границах LES, не превышает 10%, а длина участка релаксации не превышает толщины пограничного слоя. При расчете обтекания гладкой выпуклости на плоской поверхности (эксперимент [20]) комбинированный RANS-IDDES подход в сочетании с предлагаемым методом генерации синтетической турбулентности обеспечивает очень хорошее согласование с экспериментом и существенно превосходит по точности подходы, основанные на применении RANS или IDDES во всей расчетной области.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Frohlich J., von Terzi D.* Hybrid LES/RANS methods for the simulation of turbulent flows // *Progress in Aerospace Sciences*, 2008, v.44, p.349-377.
2. *Schlüter J., Moin P., Pitsch H.* Large-Eddy Simulation Inflow Conditions for Coupling with Reynolds-Averaged Flow Solvers // *AIAA Journal*, 2004, v.42, №3, p.478-484.
3. *Lund T.S., Wu X., Squires K.D.* Generation of turbulent inflow data for spatially-developing boundary layer simulations // *Journal of Computational Physics*, 1998, v.140, №2, p.233–258.
4. *Spalart P. R., Strelets M., Travin A.* Direct numerical simulation of large-eddy-break-up devices in a boundary layer // *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2006, v.27, №5, p.902-910.
5. *de Prisco G., Piomelli U., Keating A.* Improved turbulence generation techniques for hybrid RANS/LES calculations // *Journal of Turbulence*, 2008, v.9, №5, p.1-20.
6. *Jarrin N., Benhamadouche S., Laurence D., Prosser R.* A synthetic-eddy-method for generating inflow conditions for large-eddy simulations // *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2006, v.27, №4, p.585-593.
7. *Davidson L.* Hybrid LES-RANS: inlet boundary conditions for flows including recirculation // In: *5th Symposium on Turbulence and Shear Flow*, Munich, 2007, v.2, p.689-694.
8. *Batten P., Goldberg U., Chakravarthy S.* Interfacing statistical turbulence closures with large-eddy simulation // *AIAA Journal*, 2004, v.42, №3, p.485-492.
9. *di Mare L., Klein M., Jones W.P., Janicka J.* Synthetic turbulence inflow conditions for large-eddy simulation // *Physics of Fluids*, 2006, v.18, №2.
10. *Bechara W., Bailly C., Lafon P., Candel S.M.* Stochastic approach to noise modeling for free turbulent flows // *AIAA journal*, 1994, v.32, №3, p.455-463.
11. *Pamiès M., Weiss P.-E., Garnier E., Deck S., Sagaut P.* Generation of synthetic turbulent inflow data for large eddy simulation of spatially evolving wall-bounded flows // *Physics of Fluids*, 2009, v.21, №4.
12. *Хинце И.О.* Турбулентность. – М.: Физматгиз, 1963.
13. *Menter F.R.* Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications //

- AIAA Journal, 1994, v.32, p.1598-1605.
14. *Travin A., Shur M., Strelets M., Spalart P.R.* Physical and numerical upgrades in the detached-eddy simulation of complex turbulent flows // In: Advances in LES of Complex Flows, Springer Netherlands, 2002, ed.: Friedrich R., Rodi W., p.239-254.
  15. *Piomelli U., Zang T., Speziale C., Hussaini M.* On the large-eddy simulation of transitional wall-bounded flows // Physics of Fluids A: Fluid Dynamics, 1990, v.2, p.257-265.
  16. *Shur M., Spalart P.R., Strelets M., Travin A.* A hybrid RANS-LES approach with delayed-DES and wall-modelled LES capabilities // International Journal of Heat and Fluid Flow, 2008, v.29, №6, p.1638–1649.
  17. *Garbaruk A., Magidov D., Shur M., Strelets M., Travin A.* Contribution by SPTU: Support of Partners' Efforts Directed to Implementation of DES Technology // In: FLOMANIA - A European Initiative on Flow Physics Modelling, Springer Berlin, 2006, ed.: Haase W., Aupoix B., Bunge U., Schwamborn D., p.101-108.
  18. *Rogers S.E., Kwak D.* An upwind differencing scheme for the incompressible Navier-Stokes equations // Applied Numerical Mathematics, 1991, v.8, №1, p.43–64.
  19. *Schoenherr K.E.* Resistances of flat surfaces moving through a fluid // SNAME Transaction, 1932, v.40, p.279-313.
  20. *Greenblatt D., Paschal K.B., Yao C.S., Harris J.* A Separation Control CFD Validation Test Case Part 2. Zero Efflux Oscillatory Blowing // AIAA Paper 2005-0485, 2005.
  21. <http://cfdval2004.larc.nasa.gov/case3.html>
  22. *Rumsey C.L., Gatski T., Sellers W. III, Vasta V., Viken S.* Summary of the 2004 Computational Fluid Dynamics Validation Workshop on Synthetic Jets // AIAA J., 2006, v.44, №2, p.194-207.
  23. *Spalart P.R., Deck S., Shur M., Squires K.D., Strelets M., Travin A.* A new version of detached-eddy simulation, resistant to ambiguous grid densities // Theoretical and Computational Fluid Dynamics, 2006, v.20, №3, p.181-195.

Поступила в редакцию 15.10.10